

CONCOURS D'ENTRÉE ISEL 2009

ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES

(portant sur le programme du baccalauréat Sciences Économiques et Sociales)

L'usage de la calculatrice est interdit
Aucun document autorisé

Mercredi 6 mai 2009
14 h 00 – 17 h 00

Quai Frissard
B.P. 1137
76063 LE HAVRE CEDEX

tél.

33 (0)2 32 74 49 00

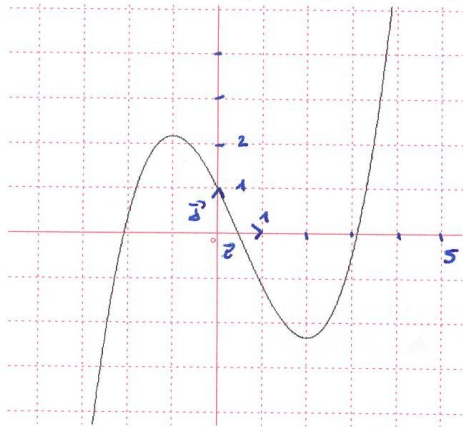
télécopie

33 (0)2 32 74 49 11

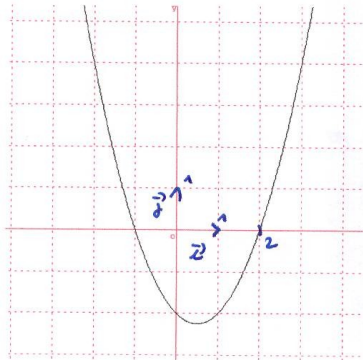
mél. : isel@univ-lehavre.fr

Exercice 1 (1,5 points)

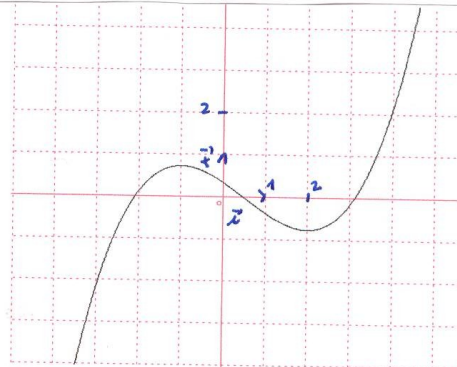
La fonction f est donnée par sa représentation graphique :



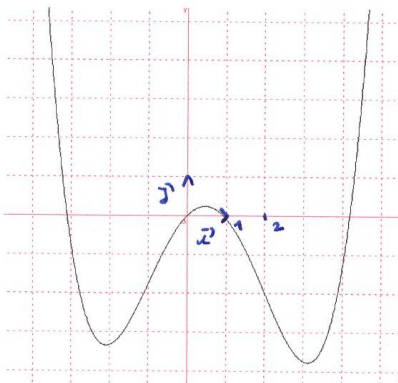
Parmi les 4 courbes suivantes, une et une seule représente sa fonction dérivée, une et une seule représente une de ses primitives :



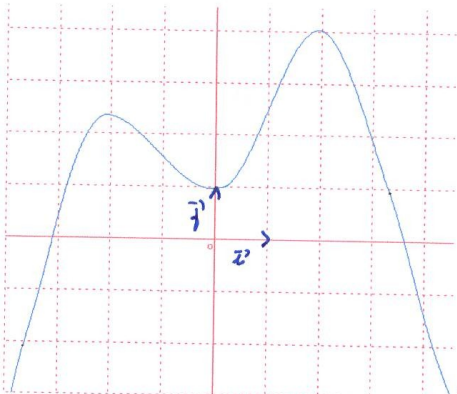
courbe 1



courbe 3



courbe 2



courbe 4

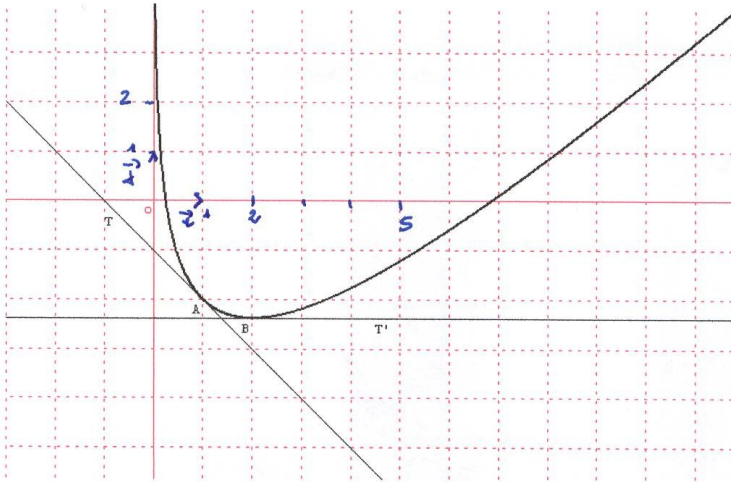
1. Quelle courbe représente la fonction dérivée f' ?
2. Quelle courbe représente une primitive de f ? (c'est-à-dire quelle courbe représente une fonction dont la dérivée est f ?)

La rédaction sera prise en compte dans l'appréciation de la copie.

Exercice 2 (3 points)

On donne ci-dessous la courbe C , représentation graphique de la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$. Les points $A(1 ; -2)$ et $B(2 ; 2\ln(2) - 1)$ sont deux points de C . Les droites T et T' sont les tangentes à C en A et en B .

1. Par simple lecture graphique
 - a. déterminer : $f(1) ; f'(1) ; f(2) ; f'(2)$
 - b. résoudre $f'(x) \geq 0$.
2. On sait maintenant que la fonction f est définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = ax + b + \ln x$, où a, b et c sont 3 réels. En utilisant les réponses obtenues en 1., déterminer a, b et c .



Exercice 3 (6 points)

1. A quelle augmentation globale reviennent 2 augmentations successives de 20% ?
2. Un article soldé à -20% coûte 208€. Quel était son prix initial ?
3. 30% des élèves sont des filles, 20% de ces filles sont majeures. Quel est le pourcentage représentant les filles majeures parmi les élèves
4. Un avion qui part à 8 heures de Mathville (heure locale) arrive à midi à Mathcity (heure locale). Pour le retour le même jour, si l'avion part à 14 heures de Mathcity (heure locale), il arrive à 20 heures à Mathville (heure locale). La durée du voyage est la même, mais les deux villes ne sont pas sur le même fuseau horaire. Lorsqu'il est midi à Mathcity, quelle heure est-il à Mathville ?
5. Une société vend des caisses enregistreuses dans 2 points de vente : l'un situé à Paris, l'autre à Lyon.
En 2003, le chiffre d'affaires de cette société est de 35 000€.
En 2004, la filiale parisienne a vu ses ventes baisser de 10%, alors que la filiale lyonnaise a augmenté ses ventes de 15%. Le chiffre d'affaires de la société a augmenté de 2003 à 2004 de 625 euros.
Déterminer les chiffres d'affaires de chaque filiale pour 2003 puis en 2004.

Exercice 4 (4 points)

1. Montrer que $1 + \sqrt{2}$ est solution de l'équation :

$$x^3 - 2x^2 + 3x - 4 - 4\sqrt{2} = 0.$$

2. Etudier le signe des expressions

$$E(x) = \frac{x^2 + x - 2}{3 - x} \quad (\text{après avoir précisé son ensemble de définition}),$$

$$F(x) = (x+4)(2x^2+3x-5) - 3(x+4)(x^2-x+4)$$

Les candidats traiteront un seul des deux exercices suivants au choix :

Exercice 5.1 (5,5 points)

1. Dans chaque cas, étudier la limite de $f(x)$ quand x tend vers a :

a. $f(x) = x^2 + 2x - 3 + \ln x$ $a = 0$

b. $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x^2 + 2}\right)$ $a = +\infty$

c. $f(x) = \ln(-2x + 3)$ $a = -\infty$

d. $f(x) = \frac{\ln x + x}{2 + x}$ $a = +\infty$

2. Ecrire en fonction de $\ln 2$:

$$A = \ln(2 \cdot e^{-3}) \quad B = \ln(32)$$

3. Dans chaque cas, calculer la dérivée $f'(x)$:

a. $f(x) = \ln(x^2 + x + 5)$

b. $f(x) = x \cdot \ln x$

Exercice 5.2 (5,5 points)

Dans chaque cas, étudier la limite de $f(x)$ quand x tend vers a :

a. $f(x) = \frac{1}{x^2} + e^x$ $a = -\infty$

b. $f(x) = e^{-2x+3}$ $a = +\infty$

c. $f(x) = e^{\frac{x}{x^2+2}}$ $a = +\infty$

d. $f(x) = \frac{e^x + x}{e^x + 2}$ $a = +\infty$

1. Ecrire plus simplement :

$$A = e^{-2\ln 3} \quad \text{et} \quad B = \frac{e^{1,1} \cdot e^{3,4}}{e^4}$$

4. Dans chaque cas, calculer la dérivée $f'(x)$:

a. $f(x) = e^{x^2+x+5}$

b. $f(x) = x \cdot e^x$